

Problème 7

Linéarisation aval

CORRIGE :

I. CALCULS PRELIMINAIRES

1). La tension de mesure est donnée par :

$$\begin{aligned} V_{mes} &= \underbrace{\frac{R_c R_2 - R_1 R_3}{(R_c + R_1)(R_2 + R_3)}}_{\text{mesure différentielle}} \underbrace{\frac{(R_c + R_1)(R_2 + R_3)}{R_c + R_1 + R_2 + R_3}}_{\text{impédance du pont}} \underbrace{\frac{V_g}{R_g + \frac{(R_c + R_1)(R_2 + R_3)}{R_c + R_1 + R_2 + R_3}}}_{\text{courant délivré par la source}} \\ &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{tension aux bornes du pont}} \end{aligned} \quad (7.1)$$
$$= \frac{R_c R_2 - R_1 R_3}{(R_c + R_1)(R_2 + R_3) + R_g (R_c + R_1 + R_2 + R_3)} V_g$$

2). Le pont est équilibré pour la valeur m_0 du mesurande, soit $R_{c0} R_2 = R_1 R_3$. On choisit $R_1 = R_{c0}$ de façon à obtenir un maximum de sensibilité de la branche potentiométrique contenant le capteur. Il vient alors $R_2 = R_3$. On choisit $R_2 = R_3 = R_{c0}$ de façon à ce qu'à l'équilibre, la puissance dissipée par effet joule soit la même pour chacune des résistances. On minimise ainsi le déséquilibre du pont lié à l'échauffement si les caractéristiques thermiques des quatre résistances sont proches.

3). Avec $\Delta R_c = R_c - R_{c0}$, (7.1) devient :

$$\begin{aligned} V_{mes} &= \underbrace{V_{mes,0}}_{=0} + \Delta V_{mes} = \frac{R_{c0} \Delta R_c}{2R_{c0}(2R_{c0} + \Delta R_{c0}) + R_g(4R_{c0} + \Delta R_c)} V_g \\ &= \frac{\Delta R_c}{4(R_{c0} + R_g)} \frac{1}{1 + \frac{2R_{c0} + R_g}{4R_{c0}(R_{c0} + R_g)} \Delta R_c} V_g \\ &= \frac{k_1 \Delta R_c}{1 + k_2 \Delta R_c} V_g \end{aligned} \quad (7.2)$$

Le conditionnement n'est pas linéaire et donc la mesure ne sera pas linéaire.

4). Sous une approximation linéaire comme pour un fonctionnement en faibles signaux, on a $\Delta V_{mes} = k_1 V_g \Delta R_c$ soit une sensibilité du conditionneur donnée par :

$$S_{cond} = \frac{\Delta V_{mes}}{\Delta R_c} = k_1 V_g = \frac{V_g}{4(R_{c0} + R_g)} = 16,7 \text{ mV}/\Omega$$

5). En présence d'une variation de la source (qui passe de V_g à $V_g + \Delta V_g$), que cette variation corresponde à une dérive réelle ou à un parasite capté par un des fils alimentant le pont, ΔV_{mes} devient :

$$\Delta V_{mes} = \frac{k_1 \Delta R_c}{1 + k_2 \Delta R_c} V_g + \frac{k_1 \Delta R_c}{1 + k_2 \Delta R_c} \Delta V_g$$

En plus du terme précédent, il existe un terme croisé couplant variation du mesurande (via la variation de la résistance du capteur) et variation de la force électromotrice de la source. Ce terme lié à la variation de la source est bien évidemment gênant car il sera interprété comme lié à une variation de la résistance du capteur donc du mesurande.

II. LINEARISATION AVAL PAR MULTIPLICATION ET SOMMATION

1). On a immédiatement $V = V_s \Delta V_{mes} / V_0$ et $V_s = V + \Delta V_{mes}$, soit :

$$V_s = \frac{\Delta V_{mes}}{1 - \frac{\Delta V_{mes}}{V_0}} = \frac{k_1 \Delta R_c V_g}{1 + k_2 \Delta R_c - \frac{k_1 \Delta R_c V_g}{V_0}} \quad (7.3)$$

2). Pour supprimer la non linéarité du conditionnement liée aux termes en ΔR_c du dénominateur de (7.3), il suffit d'ajuster V_0 à valeur donnée par :

$$V_0 = \frac{k_1}{k_2} V_g = \frac{R_{c0}}{2R_{c0} + R_g} V_g = 4 \text{ V}$$

3). L'expression de la tension de sortie est alors :

$$V_s = k_1 V_g \Delta R_c \quad (7.4)$$

Cette expression est parfaitement linéaire. La sensibilité du conditionneur est donnée par $S_{cond} = V_s / \Delta R_c = k_1 V_g = 16,7 \text{ mV}/\Omega$. Cette sensibilité a la même valeur que pour le fonctionnement en faibles signaux de la question I.5.

4). Si on considère de nouveau une variation de la source qui passe de V_g à $V_g + \Delta V_g$, un terme croisé persiste :

$$V_s = k_1 \Delta R_c V_g + k_1 \Delta R_c \Delta V_g$$

III. LINEARISATION PAR DIVISEUR

- 1). L'amplificateur opérationnel étant idéal, la contre-réaction amène $e^- = e^+ = 0$ soit :

$$V = -RI = -R \frac{\Delta V_{mes}}{R} = -\Delta V_{mes} = -\frac{k_1 \Delta R_c}{1 + k_2 \Delta R_c} V_g \quad (7.5)$$

- 2). Les impédances d'entrée du diviseur pondéré étant considérées comme infinies, on a :

$$\begin{aligned} V_N &= \frac{KR}{KR + R} V = \frac{K}{K + 1} V \\ V_D &= V + (V_g - V) \frac{R}{KR + R} = \frac{V_g + KV}{K + 1} \end{aligned} \quad (7.6)$$

- 3). En combinant (7.5) et (7.6), il vient :

$$\begin{aligned} V_s &= 10 \frac{V_N}{V_D} = 10 \frac{KV}{KV + V_g} = 10 \frac{K \Delta V_{mes}}{K \Delta V_{mes} - V_g} \\ &= 10 \frac{K k_1 \Delta R_c}{K k_1 \Delta R_c - (1 + k_2 \Delta R_c)} \end{aligned}$$

- 4). Pour que le conditionnement soit linéaire, il faut fixer :

$$K = \frac{k_2}{k_1} = \frac{2R_{c0} + R_g}{R_{c0}} = 2,5$$

- 5). L'expression de la tension de sortie est alors :

$$V_s = -10 K k_1 \Delta R_c = -\frac{2R_{c0} + R_g}{4R_{c0}(2R_{c0} + R_g)} 10 \Delta R_c \quad (7.7)$$

Ce qui conduit à la sensibilité :

$$S_{cond} = -10 \frac{2R_{c0} + R_g}{4R_{c0}(2R_{c0} + R_g)} = -41,7 \text{ mV}/\Omega$$

Le conditionnement est maintenant linéaire et la sensibilité est plus importante que précédemment.

- 6). Si on considère de nouveau une variation de la source qui passe de V_g à $V_g + \Delta V_g$, comme le résultat (7.7) est indépendant de la force électromotrice de la source, en plus de la linéarisation on obtient une tension de sortie indépendante des variations de la source.

En toute rigueur, ces techniques de linéarisation peuvent très bien être utilisées sur des montages de type potentiométrique. Il suffit que le conditionnement donne une variation de la tension de mesure de la forme de l'équation (7.2).

Il faut être vigilant à ce que la correction des non-linéarités entraînées par le conditionneur peut parfois être un pis-aller. En effet, il se peut que dans le cas d'un capteur non linéaire, non-linéarité du capteur et non-linéarité du conditionneur se compensent. La correction de la non-linéarité du conditionneur entraînera alors une non-linéarité sur la mesure plus importante.

Considérons un capteur dont l'évolution de la résistance en fonction de son mesurande m est donnée par $\Delta R_c = a\Delta m^2 + b\Delta m$.

D'après (7.2), la tension de mesure est donnée par $V_{mes} = k_1 \Delta R_c V_g / (1 + k_2 \Delta R_c)$. En développant ceci en Δm , on obtient $V_{mes} \approx k_1 V_g [b\Delta m + (a - k_2 b^2)\Delta m^2 + \dots]$.

La tension de mesure linéarisée par exemple par la méthode de multiplication-sommation est donnée par (7.4), soit $V_s = k_1 V_g \Delta R_c = k_1 V_g (a\Delta m^2 + b\Delta m)$.

Il est clair que dans ce cas si $a \neq k_2 b^2$, la non-linéarité du capteur compense celle du conditionneur et que vouloir linéariser le signal va augmenter au final la non-linéarité.

C'est ce qu'illustre la figure 7.4 où, en utilisant les données numériques du problème, sont tracés les écarts de V_{mes} et de son expression linéarisée V_s par rapport à la meilleure droite V approchant au sens des moindres carrés V_{mes} . On a pris $b = 1 \Omega/\text{unité de } m$ et $a = k_2 b^2 = 4,167 \cdot 10^{-3} \Omega/(\text{unité de } m)^2$.

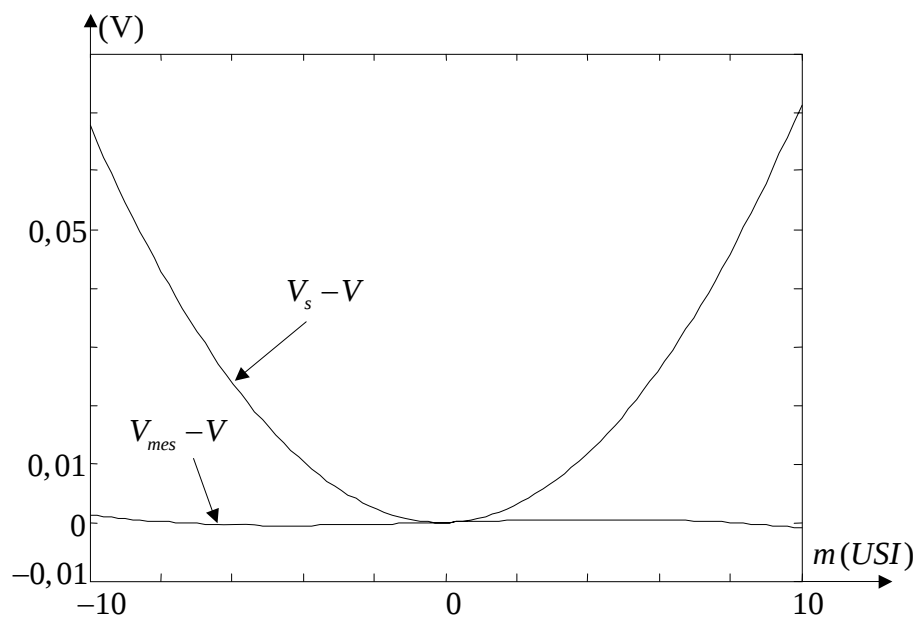


Figure 7.4 Linéarisation par division